CDU 721.013

SUR LE CHOIX D'UNE GAMME DIMENSIONNELLE DANS LA COORDINATION MODULAIRE EN ARCHITECTURE

par

M I L A N   Z L O K O V I Ć

architecte, professeur des Universités de Belgrade et de Skopje, membre de la Commission fédérale yougoslave pour la coordination modulaire dans le bâtiment

1 9 5 7

Centre pour encouragement du bâtiment et des travaux publics

B e l g r a d e

MILAN ZLOKOVIĆ

architecte, professeur des Universités de Belgrade et de Skopje, membre de la Commission fédérale yougoslave pour la coordination modulaire dans le bâtiment

SUR LE CHOIX D'UNE GAMME DIMENSIONNELLE DANS LA COORDINATION MODULAIRE EN ARCHITECTURE

Les difféerentes propositions, concernant le choix d'une gamme dimensionnelle dans la coordination modulaire, exposées dans le rapport international de l'AEP /projet n.174/, se basent, en majorité, sur l'arithmologie ancienne. C'est encore Platon, avec sa "double tetractys", à inspirer les techniciens modernes lorsqu'il s'agit de préciser une gamme numérique de préférence, exprimée en nombres entiers.

La double tétractys /ou le "lambda platonien"/, disposée en triangle:

```
      1
    2   3
  4       9
8           27
```

se développe, par addition triangulaire successive, en deux séries géometriques de raisons 3 et 4:

27	9	3	1	4	16	64
18	6	2		3	12	48
12	4				9	36
8						27

La première est issue de la série de raison 2:

$$1 + 2 = 3 \qquad 2 + 4 = 6 \qquad 4 + 8 = 12$$
$$3 + 6 = 9 \qquad 6 + 12 = 18$$
$$9 + 18 = 27$$

tandis que la deuxième, de la série de raison 3:

$$1 + 3 = 4 \qquad 3 + 9 = 12 \qquad 9 + 27 = 36$$
$$4 + 12 = 16 \qquad 12 + 36 = 48$$
$$16 + 48 = 64$$

La double tétractys, ainsi complétée, donne, en lisant les nombres respectifs de bas en haut, deux proportions prolongées de rapports 2:3 et 3:4, c'est-à-dire:

$$2:3=4:6=6:9=8:12=12:18=18:27;$$
$$3:4=9:12=12:16=27:36=36:48=48:64,$$

ce qui est, même aujourd'hui, d'une grande importance pour une mise en proportion préméditée. Ce sont, d'ailleurs, les consonances parfaites

$$\frac{1}{1} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{2}{1} \quad \frac{3}{1} \quad \frac{4}{1}$$

contenues dans le diagramme numérique ci-devant exposé, qui ont influencé, dès l'antiquité, les méthodes de composition en architecture.

Disposant, maintenant, avec les termes de ce diagramme par octaves en ordre naturel, on obtient le suivant tableau:

1	2	3	4	.	6	.	8
9	.	.	12	.	.	.	16
.	18	.	.	.	.	.	.
.	.	27	.	.	.	.	.
.	.	.	36	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	48
.	.	.	.	.	.	.	.
.		.	.	.	.	.	64

Sur 64 termes, en première phase de sélection, quatorze nombres sont pris en considération. Ces nombres, de type préférenciel, multiples d'un module de base, forment avec celui-ci et ses sous-multiples une gamme dimensionnelle, jadis suffisante à préciser d'avance les proportions fondamentales des parties d'un ensemble architectural.

Tout-de-même, le système décimal, quoiqu'il n'exclut pas les systèmes de mesure basés sur la division en 4, 8, 12 ou 16 parties aliquotes, s'impose par sa nature anthropomorphe $2(1+4) = 2.5 = 10$ et par le fait que la somme des premiers quatre nombres entiers donne la "décade":

```
      1
  2       3
      4
```

c'est-à-dire: $(1 + 4) + (2 + 3) = 10$.

D'autre part, on discerne facilement le lien étroit qui existe entre la double tétractys et la décade si on forme les sommes de deux termes alternante de chaque série:

$1 + 4 = 5; \quad 2 + 8 = 1 + 9 = 10; \quad 3 + 27 = 30.$

Les relations $\frac{2+8}{1+4} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1}$ et $\frac{3+27}{1+9} = \frac{3+27}{2+8} = \frac{30}{10} = \frac{3}{1}$ appartiennent au système harmonique et représentent, en même temps, les raisons 2 et 3 des deux série initiales.

En substituant, dans l'arrangement triangulaire de la double tétractys, la série de raison 2 avec celle de raison 4, on obtient, de façon analogue, une nouvelle combinaison de nombres, caractérisée par la série de raison 5:

<u>125</u>	<u>25</u>	<u>5</u>	<u>1</u>	<u>4</u>	<u>16</u>	<u>64</u>
100	20	<u>4</u>		<u>3</u>	12	48
80	<u>16</u>				<u>9</u>	36
<u>64</u>						<u>27</u>

Ici, cette série est issue de la série de raison 4:

$1 + 4 = 5 \qquad 4 + 16 = 20 \qquad 16 + 64 = 80$

$5+20 = 25 \qquad 20+80=100$

$25 + 100=125$

Par conséquent, la gamme initiale de quatorze termes est augmentée de six nouveaux termes du système décimal:

5 20 25 80 100 125

en tout: vingt termes, reliés entre eux par les premiers quatre termes de quatre séries géometriques de raisons 2, 3, 4 et 5.

Le triangle des nombres utilisés comme base pour la rationalisation des grandeurs /voir:La coordination modulaire dans le bâtiment,Paris, 1956, p.31/, est comparé, fig.1, avec une disposition combinée des susdites séries. Il est évident que la nouvelle disposition des termes, à cause de l'insertion de la série géometrique de raison 5, résulte plus adaptée à servir comme base pour le choix d'une gamme préférencielle. On propose, par conséquente,un nouveau triangle, fig.2, issu de la combinaison des séries géometriques de raisons 2, 3 et 5,par addition et subtraction triangulaire, on aboutit à la série de raison 6, c'est-à-dire au système hexagonal.

Si on dispose, davantage, les quatre séries géometriques de raison 2, 3, 4 et 5 croix,l'unité au centre, les termes respectifs multipliés par 2, 3, 4 et 5 et inscrits entre les limites triangulaires des termes extrêmes, on obtient, fig.3, les termes déjà établis, plus les nombres 10 et 50.

De vingtcinq termes, les trois se répêtent:

4 = 1.4   12 = 3.4   20 = 5.4,

confermant de cette façon l'importance de ces nombres:

4, 12, 20 .... série arithmétique de base 4 et de raison 8,

4:12:20 = 1:3:5 .... rapports d'ordre impair.

Aux deux proportions prolongées,basées sur les rapports 2:3 et 3:4 et répétées dans le diagramme de la fig.3, on note deux nouvelles proportions prolongées de rapports 4:5 et 2:5, c'est-à-dire:

4:5 = 16:20 = 20:25 = 64:80 = 80:100 = 100:125
2:5 = 4:10 = 10:25 = 8:20 = 20: 50 = 50:125

De 14 nombres préférenciels sur 64 termes en première phase de sélection, il y en a, en deuxième phase, 22 sur 125, ce qui est,sans doute, très favorable à une coordination dimensioneile.

Si on insère maintenant dans une colonne de 25 cinquaines de points, en tout 125, les nombres préférenciels, déduits par addition triangulaire des premiers quatre termes de quatre séries geometriques de raisons 2, 3, 4 et 5 et amplifiés par les multiples de ces nombres de raisons 2,3 et 5 /ne dépassant pas 125/,on obtient, en assignant aux différents nombres leur place respective dans la séquence des nombres naturels, le tableau I, contenant 36 termes, plus le terme de l'unité comme module de base.

Il faut dire, d'ailleurs, qu'en appliquant d'une façon cohérente cette gamme dimensionnelle de 36 termes, multiples du module /l'unité elle-même/, on aboutira à des ensembles harmonieux, en respectant en même temps une coordination modulaire bien définie. Si on analyse les réalisations classiques en architecture, premièrement celles de l'antiquité, on se persuadera aisément que c'était justement cette gamme sur laquelle se

1	2	3	4	5
6	.	8	9	10
.	12	.	.	15
16	.	18	.	20
.	.	.	24	25
.	27	.	.	30
.	32	.	.	.
36	.	.	.	40
.	.	.	.	45
.	.	48	.	50
.	.	.	54	.
.	.	.	.	60
.	.	.	64	.
.	.	.	.	.
.	72	.	.	75
.	.	.	.	80
81	.	.	.	.
.	.	.	.	90
.	.	.	.	.
96	.	.	.	100
.	.	.	.	.
.	.	108	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	120
.	.	.	.	125

Tab.I. - La gamme des nombres préférenciels issus des séries géometriques de raisons 2,3 et 5,

fondait le mécanisme modulaire, très indiqué à relier les différentes parties entre elles et avec l'ensemble qu'elles devaient former selon des conceptions traditionnelles, arrêtées d'avance.

En analysant davantage cette gamme dimensionnelle de 36 termes, on n'y retrouve pas des nombres premiers 7, 11, 13, 17, etc., et leurs multiples. Si nécessaire, on utilisera ces termes en les formant par addition de deux nombres préférenciels, par exemple:

$$
\begin{aligned}
7 &= 3 + 4 = 2 + 5\\
11 &= 5 + 6 = 3 + 8\\
13 &= 5 + 8 = 3 + 10\\
14 &= 5 + 9 = 6 + 8\\
17 &= 5 + 12 = 2 + 15\\
19 &= 4 + 15 = 9 + 10\\
21 &= 6 + 15 = 3 + 18, \text{ etc.}
\end{aligned}
$$

Le cycle de dix proportions classiques, complété d'une onzième par l'auteur, tab.II, est exprimé, pour les termes a, b et c, en nombres entiers, de 1 à 9. En prenant pour base commune a' = 12, les termes b' et c' sont des nombres préférenciels, à l'exception de 14 et 21, multiples de 7.

Dans la théorie des proportions, appliquée à l'architecture, l'importance des nombres irrationnels est indiscutable. Pratiquement, on cherchera toujours, pour un tel nombre, une équivalence approximative par le rapport de deux nombres préférenciels, simples ou combinés par addition, par exemple:

$\sqrt{2} \approx \frac{7}{5} = \frac{3+4}{5} \approx \frac{10}{7} = \frac{10}{2+5}$ .... système du carré et de l'octogone régulier;

$\sqrt{3} \approx \frac{7}{4} = \frac{3+4}{4} \approx \frac{12}{7} = \frac{12}{3+4}$ .... système du triangle équilatéral et du hexagone régulier;

$\sqrt{5} \approx \frac{9}{4} \approx \frac{20}{9}$;

$\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx \frac{8}{5} \approx \frac{5+8}{8}$ .... système du pentagone et du décagone réguliers, c'est-à-dire: système de la section dorée.

La question des proportions dans la composition architecturale est complexe et exige des études approfondies. En tout cas, une gamme de nombres préférenciels contribuera avec succès non seulement à la coordination modulaire en bâtiment, mais aussià une solution logique du problème des proportions en général.

La gamme proposée résout une partie de ce problème.

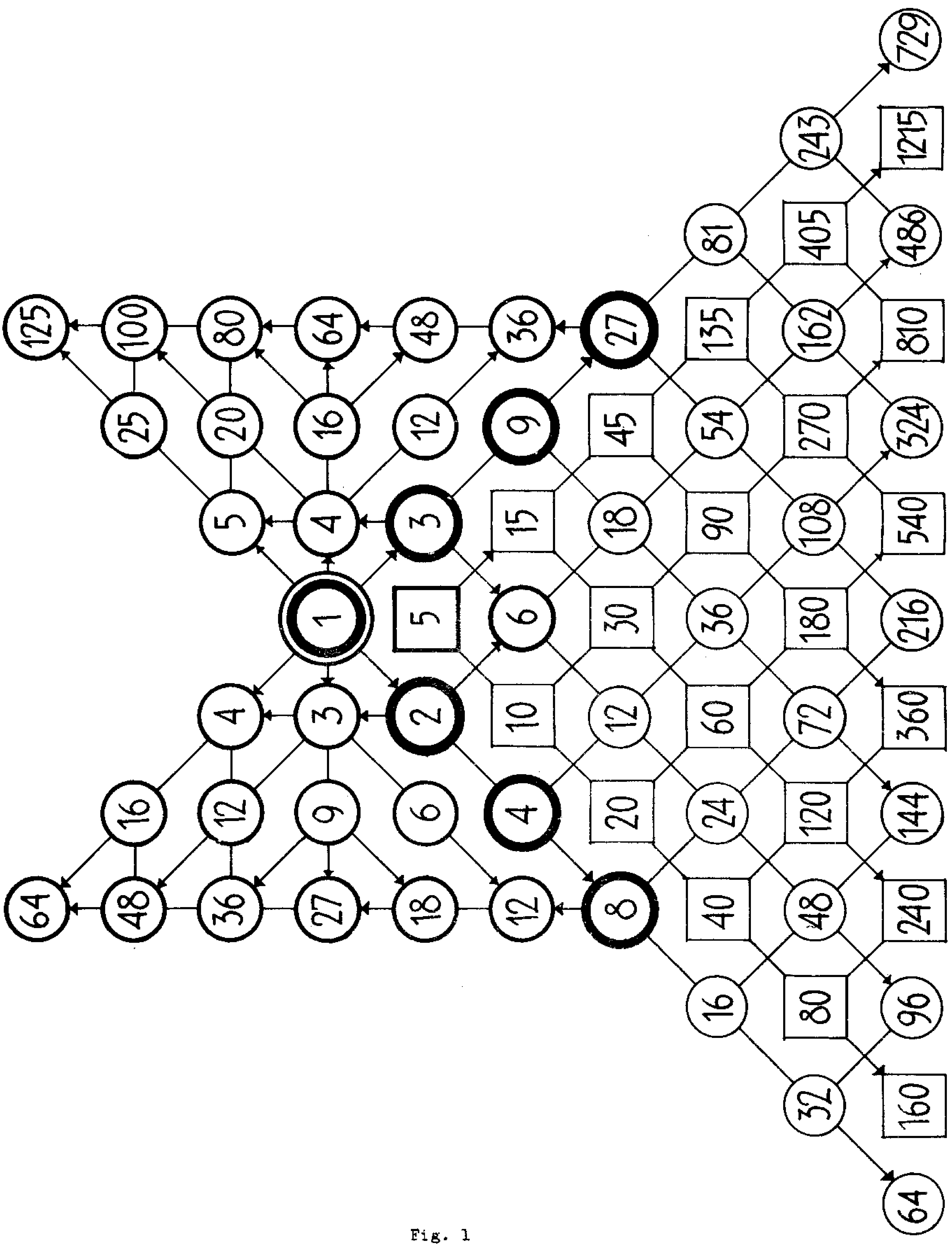
125
64
100
25
16
48
80
20
5
4
12
36
64
16
4
1
3
9
27
48
12
3
5
2
6
18
36
9
15
6
10
4
12
27
45
18
30
12
20
8
81
135
54
90
36
60
24
40
16
243
405
162
270
108
180
72
120
48
80
32
729
1215
486
810
324
540
216
360
144
240
96
160
64

Fig. 1

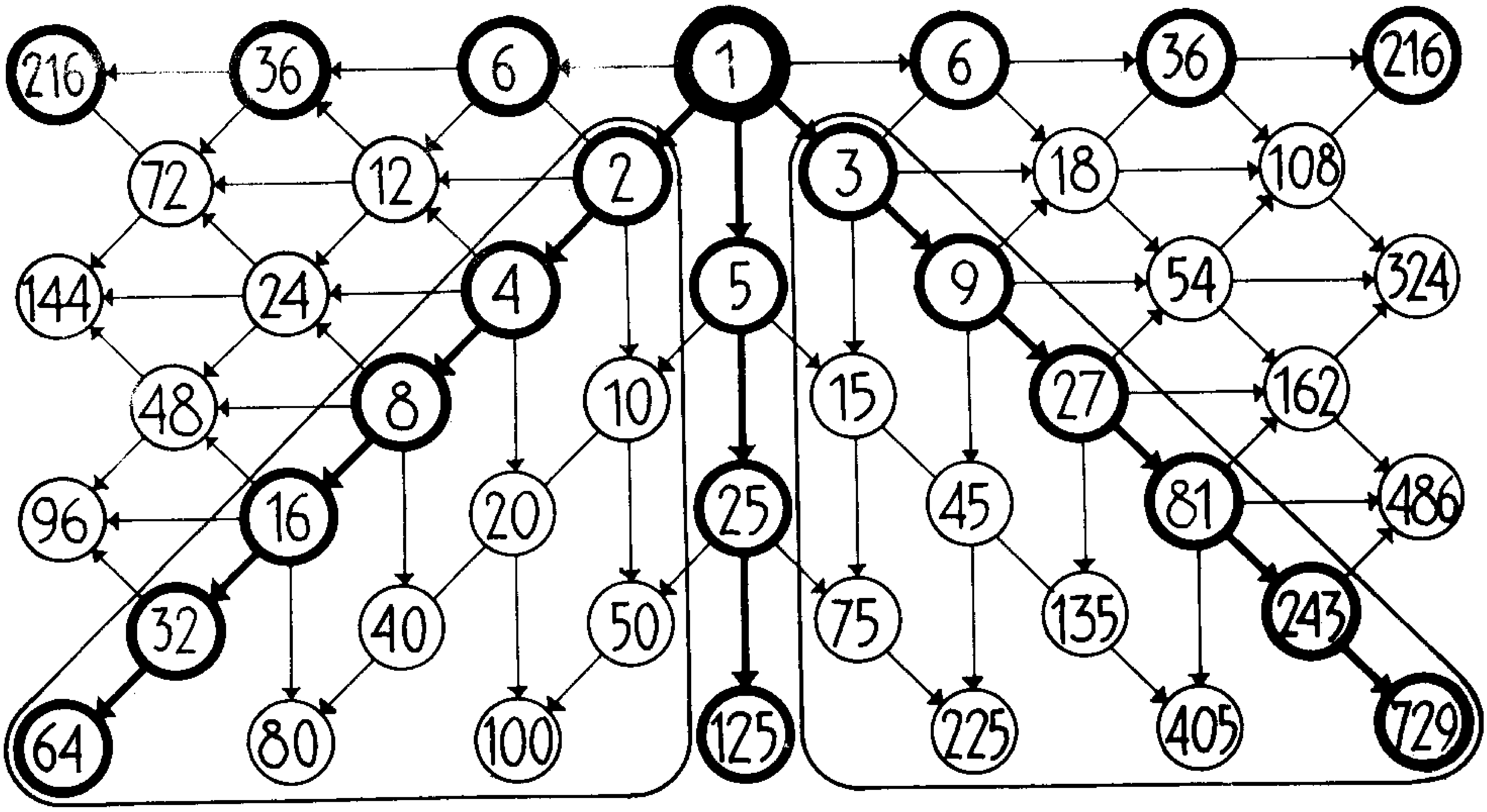
216
36
6
1
6
36
216
72
12
2
3
18
108
144
24
4
5
9
54
324
48
8
10
15
27
162
96
16
20
25
45
81
486
32
40
50
75
135
243
64
80
100
125
225
405
729

Fig. 2

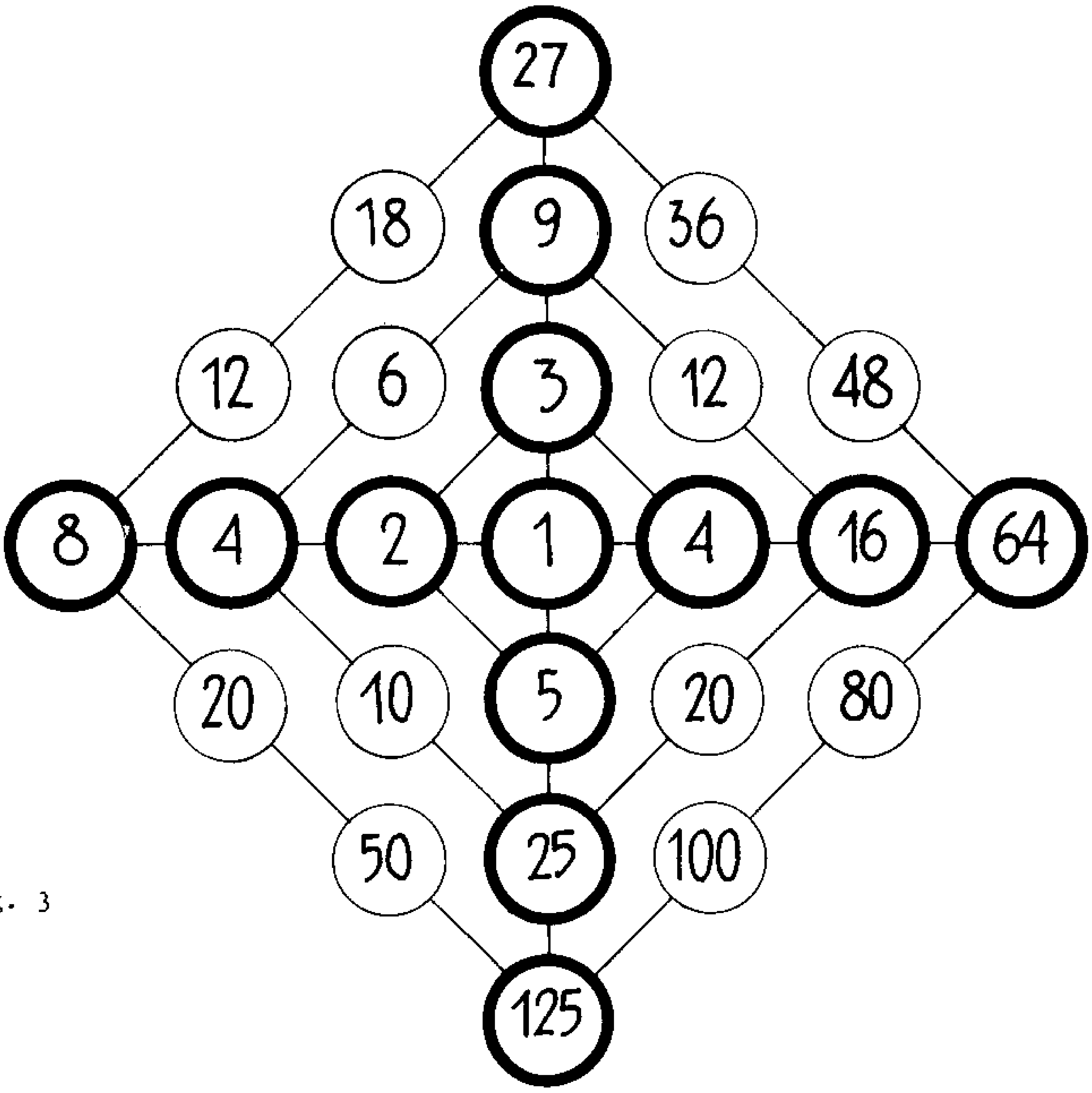
27
18
9
36
12
6
3
12
48
8
4
2
1
4
16
64
20
10
5
20
80
50
25
100
125

Fig. 3

	c 〉 b 〉 a	b	a	b	c	a'	b'	c'
P_{I}	$\frac{c-a}{b-a} = \frac{c}{c}$	$\frac{c+a}{2}$	1	2	3	12	24	36
P_{II}	$\frac{c-b}{b-a} = \frac{c}{b} = \frac{b}{a}$	$\sqrt{c.a}$	1	2	4	12	24	48
P_{III}	$\frac{c-b}{b-a} = \frac{c}{a}$	$\frac{2ca}{c+a}$	2	3	6	12	18	36
P_{IV}	$\frac{b-a}{c-b} = \frac{c}{a}$	$\frac{c^2 + a^2}{c + a}$	3	5	6	12	20	24
P_{V}	$\frac{b-a}{c-b} = \frac{b}{a}$	$\frac{c-a}{2} + \sqrt{\left(\frac{c-a}{2}\right)^2 + a^2}$	2	4	5	12	24	30
P_{VI}	$\frac{b-a}{c-b} = \frac{c}{b}$	$\sqrt{\left(\frac{c-a}{2}\right)^2 + c^2} - \frac{c-a}{2}$	1	4	6	12	48	72
P_{VII}	$\frac{c-a}{b-a} = \frac{c}{a}$	$2a - \frac{a^2}{c}$	6	8	9	12	16	18
P_{VIII}	$\frac{c-a}{c-b} = \frac{c}{a}$	$(c-a) + \frac{a^2}{c}$	6	7	9	12	14	18
P_{IX}	$\frac{c-a}{b-a} = \frac{b}{a}$	$\frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a(c-a)}$	4	6	7	12	18	21
P_{X}	$\frac{c-a}{c-b} = \frac{b}{a}$	$c - a$	3	5	8	12	20	32
P_{XI}	$\frac{c-a}{c-b} = \frac{c}{b}$	$\frac{c^2}{2c- a}$	3	4	6	12	16	24

Tab.II